

Josef Arlt, Štěpán Radkovský

**VÝZNAM MODELOVÁNÍ
A PŘEDPOVÍDÁNÍ VOLATILITY
ČASOVÝCH ŘAD PRO TVORBU
MĚNOVÉ POLITIKY
CENTRÁLNÍ BANKY**

**VP č. 13
Praha 1999**

Názory a stanoviska v této studii jsou názory autorů
a nemusí nutně odpovídat názorům ČNB.

Obsah

Úvod	7
1 Volatilita časových řad a její modelování	9
1.1 Podmíněná střední hodnota a podmíněný rozptyl	9
1.2 Dvě koncepce řešení problému klasických lineárních modelů	12
2 Transmise a volatilita	25
2.1 Definice měnového transmisního mechanismu ČNB	25
2.2 Ekonometrické vymezení problematiky transmisního mechanismu ...	26
2.3 Vazby v transmisním mechanismu ČR, u kterých má praktický význam sledování přenosu volatility	27
3 Cílené zásahy do vývoje časových řad a volatilita	29
3.1 Analyzované časové řady a jejich modely	29
3.2 Umělé zásahy do průběhu časových řad	35
3.3 Problém přenosu zásahů do průběhu časové řady	37
3.4 Volatilita časových řad a měnová politika	39
Závěr	41
Literatura	43
Příloha	45

Úvod

V poslední době roste zájem o modelování krátkodobých časových řad, tj. řad, jejichž hodnoty jsou sledované v obdobích kratších než jeden rok. V této skupině časových řad mají zvláštní postavení denní časové řady. Empirickým výzkumem bylo zjištěno, že zejména tyto časové řady se vyznačují v čase proměnlivou variabilitou, často se hovoří o měnlivé volatilitě. Tato vlastnost vede k vážným problémům při použití klasických lineárních modelů (Boxova-Jenkinsova metodologie). Na počátku 80. let přišel R. Engle s originální koncepcí modelování volatility časových řad (modely typu ARCH). Tato koncepce byla postupně rozpracována a byla navržena řada dalších modelů volatility. V současnosti se pracuje na další koncepci, ta vychází z myšlenky modifikace předpokladu normality, na kterém je založena většina modelů časových řad.

Předkládaná práce se zabývá možnostmi využití modelů volatility časových řad při tvorbě měnové politiky centrální banky. Vychází přitom z transmisního mechanismu analyzovaného v práci Arlt, Guba, Matalík, Stiller, Syrovátka (1998). Zaměřuje se na otázku modelování časových řad úrokových sazeb na mezibankovním trhu. Skládá se ze tří částí. První část vysvětluje problematiku volatility časových řad a možnosti jejího modelování. Druhá část pojednává o vztahu mezi transmisí a volatilitou v časových řadách. Třetí část je praktičtěji zaměřena,

zabývá se otázkou cílených zásahů do vývoje časových řad za předpokladu proměnlivé volatility.

1 Volatilita časových řad a její modelování

1.1 Podmíněná střední hodnota a podmíněný rozptyl

Uvažujme stacionární autoregresní model řádu jedna, tj. AR(1), který lze vyjádřit ve formě

$$X_t = \phi X_{t-1} + a_t, \quad (1.1)$$

kde $|\phi| < 1$ a $a_t \sim \text{IIN}(0, \sigma_a^2)$ (proces gaussovského bílého šumu).

Základními charakteristikami náhodných veličin stochastického procesu jsou nepodmíněná a podmíněná střední hodnota a nepodmíněný a podmíněný rozptyl. Vyjádříme-li proces (1.1) ve formě

$$X_t = a_t + \phi a_{t-1} + \phi^2 a_{t-2} + \phi^3 a_{t-3} + \dots, \quad (1.2)$$

je zřejmé, že nepodmíněná střední hodnota veličiny X_t je nulová, tj. $E(X_t) = 0$. Podmíněnou střední hodnotou, kterou označíme jako E_{t-1} , je střední hodnota veličiny X_t , za předpokladu, že náhodné veličiny v časech $t-1, t-2, \dots$ nabyly konkrétních hodnot. Podmíněná střední hodnota závisí na volbě podmínky a je tedy její funkcí. Tato funkce se označuje jako *funkce regresní*. V případě procesu AR(1) je podmínkou určitá hodnota náhodné veličiny v čase $t-1$, $E_{t-1}(X_t) = \phi X_{t-1}$, tj. podmíněná střední hodnota veličiny X_t je závislá na čase.

Ze vztahu (1.2) vyplývá, že nepodmíněný rozptyl veličiny X_t je $D(X_t) = \sigma_a^2 / (1 - \phi^2)$. Nepodmíněný rozptyl je tedy neměnný v čase. Podmíněný rozptyl se označuje jako *funkce skedastická*. Průběh skedastické funkce charakterizuje

měnlivost rozptylu veličiny X_t v závislosti na hodnotách veličin X_{t-1}, X_{t-2}, \dots . Ze vztahu (1.1) lze snadno zjistit, že podmíněný rozptyl veličiny X_t je $D_{t-1}(X_t) = \sigma_a^2$, je tedy rovněž v čase neměnný (v tomto případě se podmíněný rozptyl označuje jako funkce homoskedastická, při měnlivém podmíněném rozptylu se označuje jako funkce heteroskedastická). Uvedené vlastnosti jsou charakteristické pro všechny stacionární a invertibilní modely, tj. pro modely typu AR, MA a ARMA. Podívejme se nyní na procesy nestacionární, konkrétně na integrované procesy. Uvažujme proces náhodné procházky, tj.

$$X_t = X_{t-1} + a_t, \text{ kde } a_t \sim \text{IIN}(0, \sigma_a^2). \quad (1.3)$$

Tento proces lze vyjádřit také ve tvaru

$$X_t = a_t + a_{t-1} + a_{t-2} + a_{t-3} + \dots, \quad (1.4)$$

takže nepodmíněná střední hodnota je nulová, tj. $E(X_t) = 0$. Podmíněná střední hodnota $E_{t-1}(X_t) = X_{t-1}$ je závislá na čase. Nepodmíněný rozptyl $D(X_t) = t\sigma_a^2$ je lineární funkcí časové proměnné. Podmíněný rozptyl $D_{t-1}(X_t) = \sigma_a^2$ je stejně jako v případě stacionárních procesů funkcí homoskedastickou.

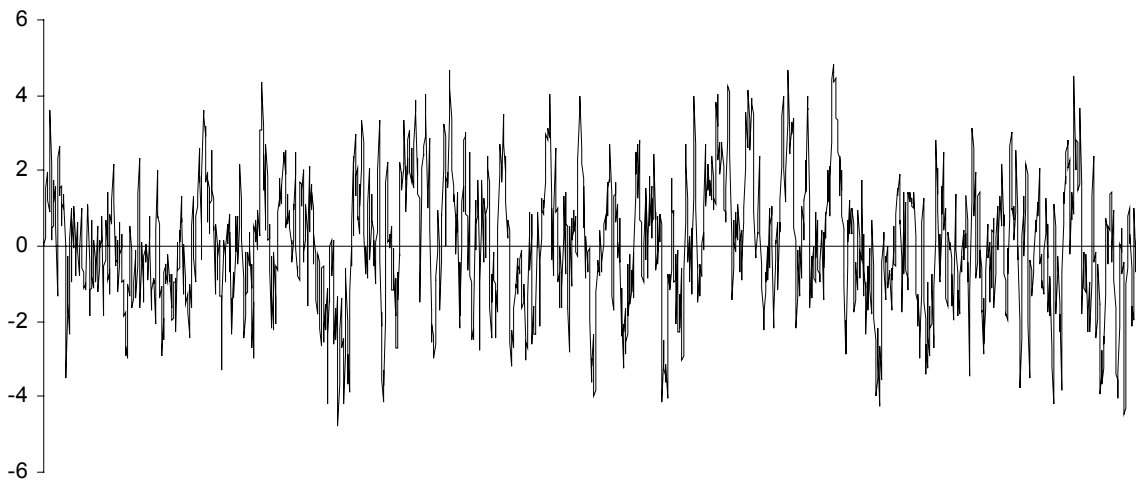
Tyto vlastnosti jsou charakteristické pro všechny typy integrovaných procesů, tj. pro třídu modelů ARIMA.

S uvedenými typy modelů se pracuje velmi dobře, neboť je lze velmi jednoduše transformovat na gaussovský proces bílého šumu. Problematika bodových a intervalových odhadů parametrů tohoto procesu je ve statistické teorii velice dobře propracovaná.

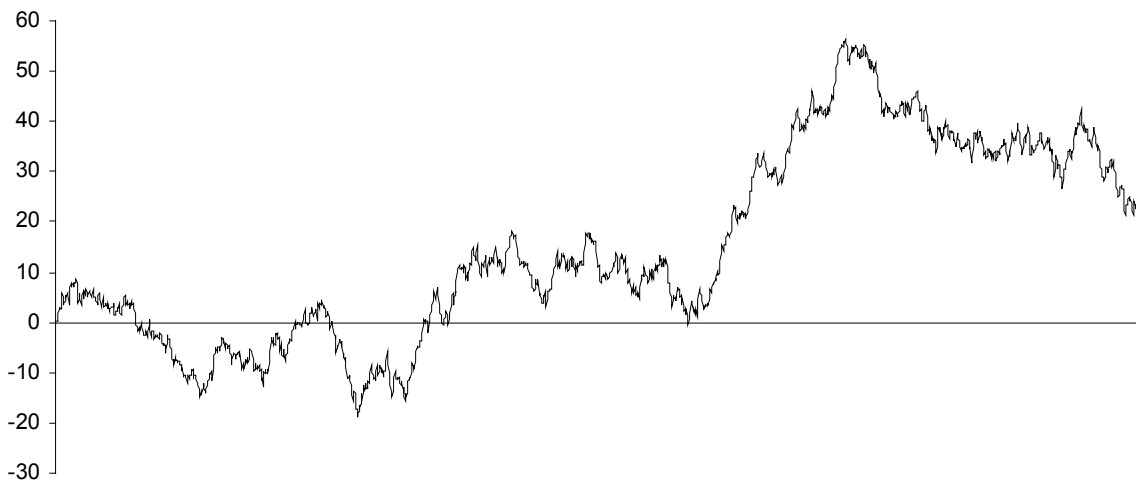
Známe-li parametr ϕ modelu AR(1), získáme proces gaussovského bílého šumu jednoduchou transformací $X_t - \phi X_{t-1} = a_t$, v případě procesu náhodné procházky je touto transformací první difference, tj. $X_t - X_{t-1} = a_t$. Proces gaussovského bílého šumu má následující parametry: $E(X_t) = E_{t-1}(X_t) = 0$, $D(X_t) = D_{t-1}(X_t) = \sigma_a^2$.

Na obr. 1a), b), c) je zachycen průběh simulovaných časových řad obsahujících 1650 hodnot. Obr. 1a) obsahuje časovou řadu simulovanou na základě stacionárního modelu AR(1), obr. 1b) obsahuje časovou řadu simulovanou na základě procesu náhodné procházky a obr. 1c) zachycuje časovou řadu generovanou procesem gaussovského bílého šumu.

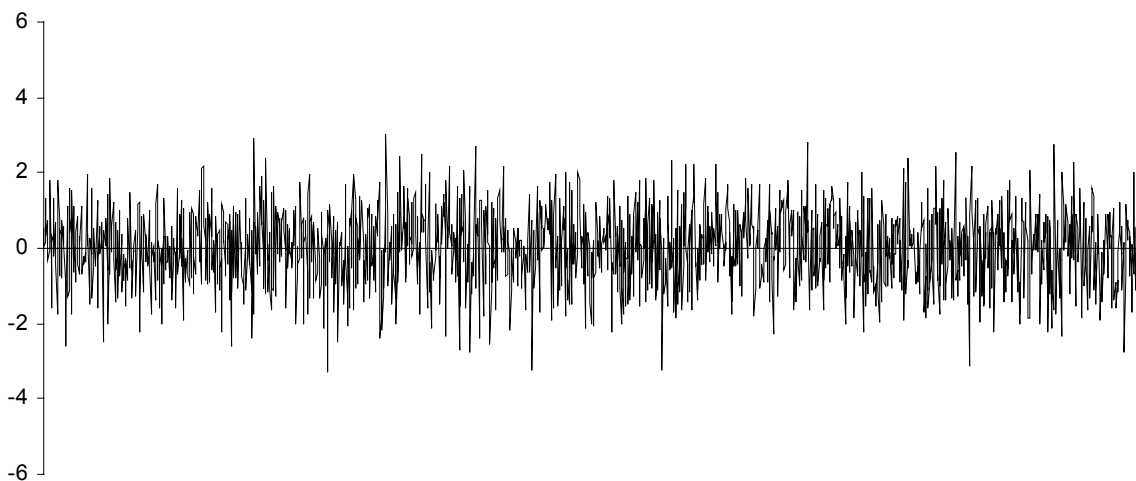
Obr. 1a) Časová řada simulovaná na základě procesu $X_t = 0,8X_{t-1} + a_t$



Obr. 1b) Časová řada simulovaná na základě procesu náhodné procházky



Obr. 1c) Časová řada simulovaná na základě procesu gaussovského bílého šumu



Z obrázků je patrný rozdíl mezi časovými řadami obsahujícími systematickou složku, tj. řadami typu AR(1) a náhodné procházky a časovou řadou neobsahující systematickou složku, tj. řadou typu bílého šumu. Na první pohled je vidět, že řada typu náhodné procházky je na rozdíl od zbylých řad nestacionární. Výše bylo uvedeno, že vhodnou transformací prvních dvou časových řad lze získat řadu typu gaussovského bílého šumu. U časových řad z obr. 1a) a 1c) je patrné, že se podmíněný rozptyl generujícího procesu v čase nemění, neboť zde není zřejmá tendence systematické změny v charakteru kolísání hodnot těchto časových řad. Časová řada z obr. 1b) je generována procesem s lineárně rostoucím rozptylem. Po první diferenci získáme časovou řadu zachycenou na obr. 1c), tj. řadu generovanou procesem s neměnným podmíněným rozptylem.

1.2 Dvě koncepce řešení problému klasických lineárních modelů

Prakticky se při identifikaci modelu časové řady postupuje tak, že se vybere nějaký model, např. podle tvaru autokorelační a parciální autokorelační funkce a odhadnou se jeho parametry. V druhé fázi se provádí diagnostická kontrola modelu, ve které se ověřuje, zda příslušná transformace analyzovaného procesu vede k procesu gaussovského bílého šumu. Na základě odhadů parametrů se vypočítají rezidua a jejich prostřednictvím se testuje autokorelace, heteroskedasticita a normalita nesystematické složky modelu.

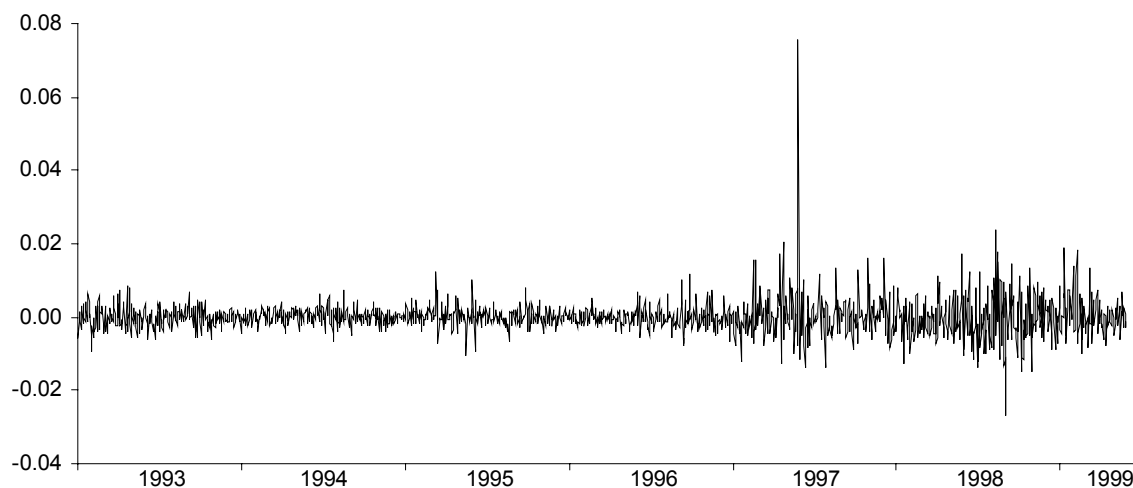
Zejména v případě denních ekonomických časových řad, tj. časových řad úrokových sazeb, kurzů měn a cen akcií či burzovních indexů, se v drtivé většině případů dostaneme do situace, kdy nejsou splněny podmínky, za kterých lze použít lineární modely typu ARMA či ARIMA. Není splněna především podmínka homoskedasticity a normality. Uvažujme například časovou řadu směnného kurzu Kč/EUR od 4. 1. 1993 do 31. 5. 1999¹. Tato časová řada je zachycena na obr. 2a).

Obr. 2a) Časová řada směnného kurzu Kč/EUR



Na tomto obrázku je vidět, že časová řada je nestacionární. Autokorelační funkce indikuje, že se jedná o časovou řadu typu $I(1)$. Stacionarizovaná časová řada (1. diference) zachycená na obr. 2b) nevykazuje žádnou systematickou složku typu ARMA.

Obr. 2b) Časová řada směnného kurzu Kč/EUR „filtrovaná“ modelem



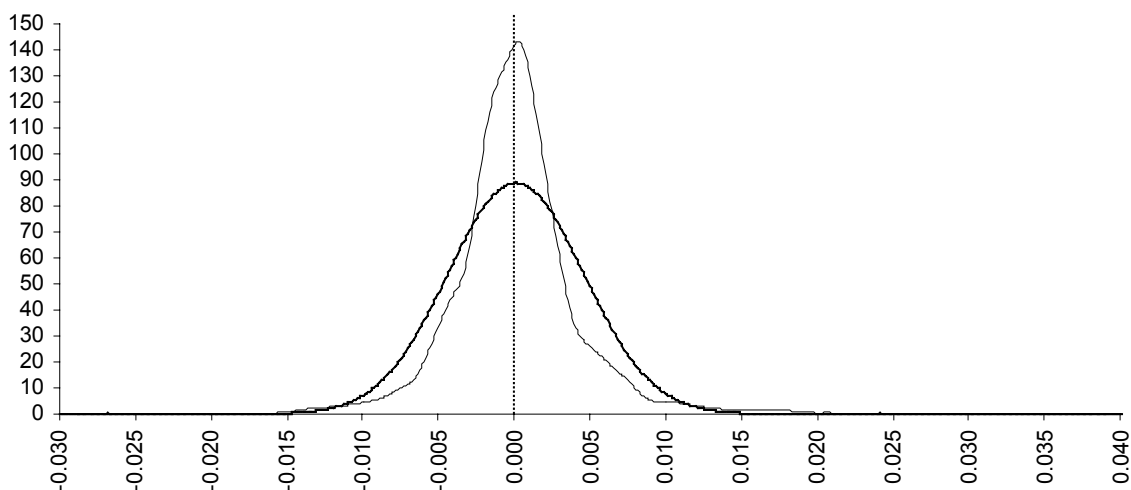
Na první pohled je zřetelný rozdíl mezi tvarem této časové řady a řady typu bílého šumu zachycené na obr. 1c). Analyzovaná časová řada je charakteristická měnící se variabilitou, často se hovoří o proměnlivé *volatilitě* časové řady. Rok 1993 je charakteristický relativně vysokou volatilitou, následuje období stabilní (období

¹ V letech 1993 až 1998 je kurz Kč/EUR dopočten z časové řady směnného kurzu Kč/DEM pomocí fixního přepočítacího koeficientu (= 1,95583).

s nízkou volatilitou), volatilita se výrazně zvýšila od roku 1997. Použití testů heteroskedasticity vede k závěru, že časová řada není homoskedastická.

Rozdílnost skutečného pravděpodobnostního rozdělení hodnot časové řady z obr. 2b) od rozdělení normálního zobrazuje obr. 2c).

Obr. 2c) Rozdělení hodnot časové řady směnného kurzu Kč/EUR „filtrovaná“ odhadnutými na základě této časové řady



Tento obrázek ukazuje, že skutečné rozdělení je špičatější a má „tlustší konce“ ve srovnání s rozdělením normálním.

Existují dvě koncepce řešení problému nesplnění podmínek lineárního modelu třídy ARMA resp. ARIMA.

První koncepce, jejímž autorem je R. Engle (1984), vychází z představy, že problém je v typu modelu časové řady. Tato představa je založena na následující úvaze. Podíváme-li se na analyzovanou časovou řadu, všimneme si, že se její variabilita stejně jako úroveň v čase mění. Uvažované lineární modely jsou však založeny na podmínce, že se sice podmíněná střední hodnota v čase mění, podmíněný rozptyl je však konstantní, což neodpovídá realitě. Bylo by tedy vhodné navrhnout modely, které by splňovaly předpoklad v čase se měnícího podmíněného rozptylu (příp. podmíněné střední hodnoty a podmíněného rozptylu). Podstatným rysem této koncepce je, že se nemění původní požadavek normality.

Druhá koncepce vychází z Mandelbrotovy (1964) představy, že problém není v modelu časové řady, ale v požadavku normality rozdělení, který není reálný. Většina denních časových řad je charakteristická rozdělením, jenž je špičatější a má

„tlusté konce“ („fat tails“). Tato druhá koncepce má fundamentální charakter a její další rozpracování by znamenalo revoluční zásah do celé oblasti statistického modelování.

Nelineární modely volatility

Uvažujme stochastický proces $\{X_t\}$. Předpokládejme nulovou podmíněnou střední hodnotu, tj. $E_{t-1}(X_t) = 0$ a podmíněný rozptyl $D_{t-1}(X_t) = E_{t-1}\{X_t - E_{t-1}(X_t)\}^2 = E_{t-1}(X_t^2) = h_t$. Tyto požadavky splňuje následující formulace modelu stochastického procesu.

$$X_t = e_t h_t^{1/2}, \text{ kde } E_{t-1}(e_t) = 0, D_{t-1}(e_t) = 1, E(e_t e_{t-i}) = 0 \text{ pro } i = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (1.5)$$

Je-li rozdělení náhodné veličiny e_t za podmínky informace, která je k dispozici v čase $t-1$, normované normální, tj. $e_t \sim N_{t-1}(0, 1)$ (podmíněná střední hodnota je 0 a podmíněný rozptyl je 1), potom rozdělení náhodné veličiny X_t za podmínky informace, která je k dispozici v čase $t-1$, je rovněž normální, avšak s podmíněným rozptylem, který se mění v závislosti na čase, tj. $X_t \sim N_{t-1}(0, h_t)$.

ARCH(1)

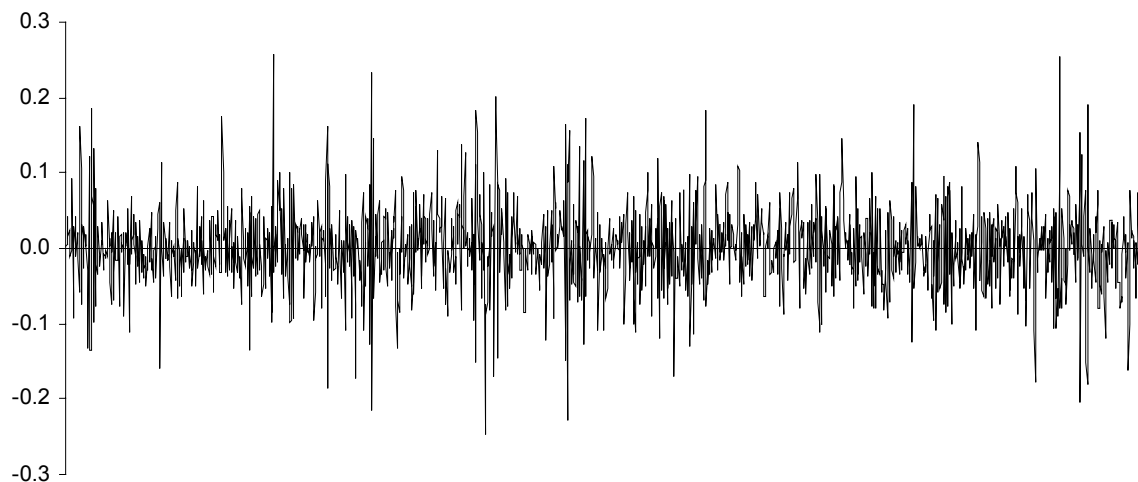
Konkrétní modely se označují podle formy podmíněného rozptylu h_t . Model ARCH(1) („Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) má tvar podmíněného rozptylu

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2. \quad (1.6)$$

Jestliže $\alpha_1 = 0$, potom je $\{X_t\}$ proces gaussovského bílého šumu (za podmínky normality). Je-li α_1 příliš vysoké, je rozptyl procesu ARCH(1) nekonečno. Proces je slabě stacionární, jestliže $\alpha_1 < 1$. Nepodmíněná střední hodnota je nulová, tj. $E(X_t) = 0$, nepodmíněný rozptyl je $D(X_t) = E(X_t^2) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1)$. Čtvrtý moment je konečný pro $4\alpha_1^2 < 1$, v tomto případě proces generuje data, která mají rozdělení špičatější a jeho konce jsou „tlustší“ ve srovnání s rozdělením normálním [Engle (1984)]. Podmíněný rozptyl je kladný při $\alpha_0 > 0$ a $\alpha_1 \geq 0$.

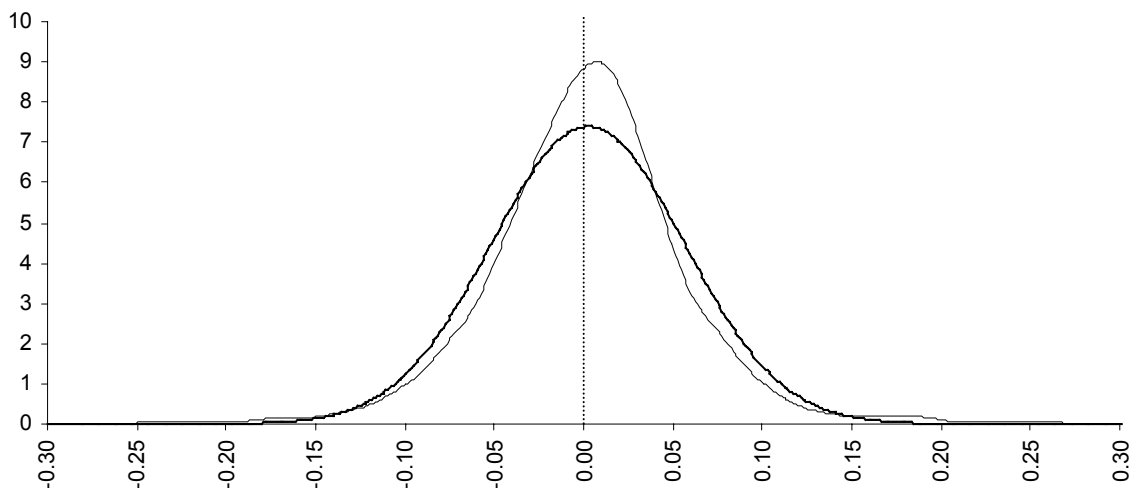
V obr. 3a) je zachycena časová řada 1650 hodnot simulovaná na základě procesu ARCH(1). V obr. 3b) je zachyceno rozdělení hodnot této časové řady současně s rozdělením normálním, jehož parametry byly odhadnuty rovněž z hodnot této simulované časové řady.

Obr. 3a) Časová řada simulovaná na základě procesu $X_t = e_t h_t^{1/2}$,



Porovnáme-li tuto časovou řadu s řadou typu gaussovského bílého šumu zachycenou v obr. 1c), uvědomíme si, že rozdílnost obou časových řad je v charakteru kolísání jejich hodnot. Časová řada generovaná procesem ARCH(1) je charakteristická přítomností hodnot, které bychom mohli z hlediska klasické statistiky vyhodnotit jako extrémní a střídáním období s více a méně variabilním kolísáním.

Obr. 3b) Rozdělení hodnot časové řady simulované na základě procesu $X_t = e_t h_t^{1/2}$, $h_t = 0,001 + 0,7X_{t-1}^2$ a normální rozdělení



Vztah normálního rozdělení a rozdělení hodnot generovaných procesem AR(1) je obdobný jako vztah hodnot transformované řady směnného kurzu a normálního rozdělení zachycený v obr. 2c). Skutečné rozdělení je špičatější než normální rozdělení a má „tlustší konce“.

ARCH(p)

Podmíněný rozptyl modelu ARCH(p) [Engle (1984)] lze vyjádřit takto:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \alpha_2 X_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p X_{t-p}^2, \quad (1.7)$$

kde $\alpha_0 > 0$ a $\alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$. Rovnici (1.7) lze zapsat také pomocí operátoru zpětného posunutí B , pro který platí $B^j X_t = X_{t-j}$. Tato rovnice má potom tvar

$$h_t = \alpha_0 + (\alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \dots + \alpha_p B^p) X_t^2. \quad (1.8)$$

Proces ARCH(p) je slabě stacionární, leží-li kořeny polynomiální rovnice

$$(\alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \dots + \alpha_p B^p) = 0 \quad (1.9)$$

vně jednotkového kruhu. Nepodmíněný rozptyl procesu je $D(X_t) = E(X_t^2) =$

$$\alpha_0 / (1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j).$$

GARCH(1,1)

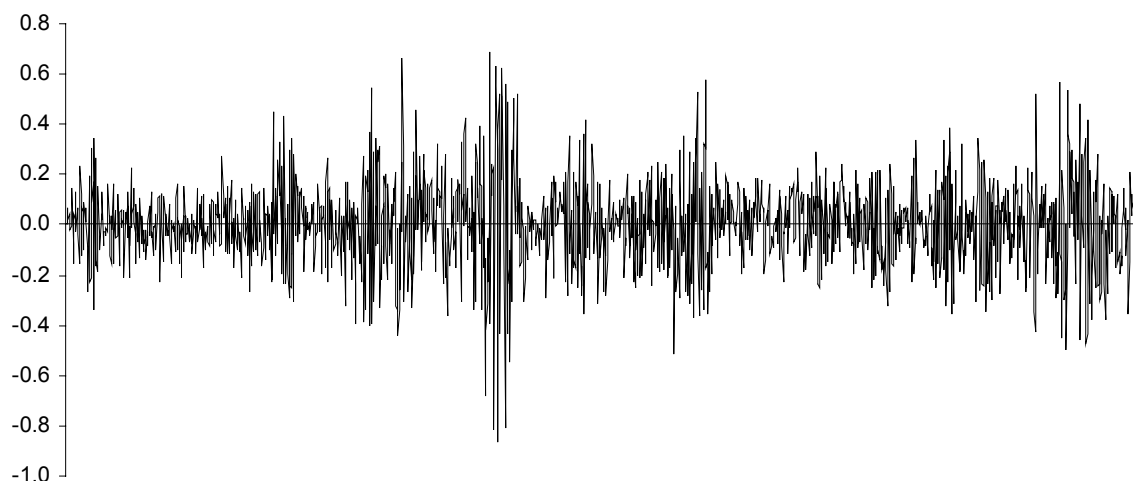
Podmíněný rozptyl modelu GARCH(1, 1) [Bollerslev (1986)] („Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) má formu

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \quad (1.10)$$

kde $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ a $\beta_1 \geq 0$. Jestliže $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, je proces slabě stacionární. Nepodmíněný rozptyl procesu je $D(X_t) = E(X_t^2) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1 - \beta_1)$. Proces GARCH(1,1) stejně jako procesy ARCH generují řady hodnot, které mají rozdělení špičatější a s „tlustšími konci“ ve srovnání s rozdělením normálním. Proces GARCH(1,1) je z praktického hlediska zajímavý tím, že jím lze aproximovat proces ARCH s mnoha zpožděními.

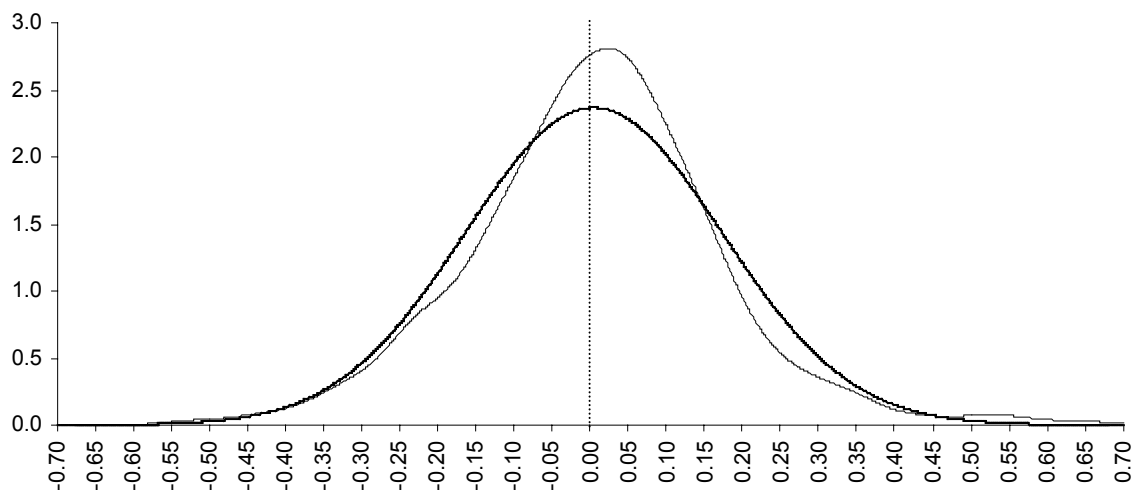
V obr. 4a) je zachycena časová řada simulovaná na základě procesu GARCH(1,1). Obr. 4b) obsahuje rozdělení hodnot této časové řady současně s rozdělením normálním, jehož parametry byly odhadnuty rovněž z hodnot této simulované časové řady.

**Obr. 4a) Časová řada simulovaná na základě procesu $X_t = e_t h_t^{1/2}$,
 $h_t = 0,001 + 0,2X_{t-1}^2 + 0,77h_{t-1}$**



Také časová řada generovaná procesem GARCH(1,1) je charakteristická měnlivou variabilitou. Odlišnost jejího tvaru od tvaru časových řad z obr. 1a) a c) je zřejmá. Naopak podobné rysy bychom mohli najít u časové řady z obr. 2b).

Obr. 4b) Rozdělení hodnot časové řady simulované na základě procesu $X_t = e_t h_t^{1/2}$, $h_t = 0,001 + 0,2X_{t-1}^2 + 0,77h_{t-1}$ a normální rozdělení



Rovněž rozdělení hodnot řady generované procesem GARCH(1,1) je špičatější než rozdělení normální. Přítomnost extrémních hodnot se projevuje „tlustšími konci“ tohoto rozdělení.

GARCH(p, q)

Model GARCH(p,q) [Bollerslev (1986)] má podmíněný rozptyl ve tvaru

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \alpha_2 X_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p X_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-2} + \dots + \beta_q h_{t-q}, \quad (1.11)$$

kde $p > 0$, $q \geq 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, p$, $\beta_i \geq 0$ pro $i = 1, 2, \dots, q$. Pomocí operátoru zpětného posunutí jej lze vyjádřit také jako

$$\begin{aligned} h_t &= \alpha_0 + (\alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \dots + \alpha_p B^p) X_t^2 + (\beta_1 B + \beta_2 B^2 + \dots + \beta_q B^q) h_t = \\ &= \alpha_0 + \alpha_p(B) X_t^2 + \beta_q(B) h_t. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Jestliže $q = 0$, model se transformuje na model ARCH(p). Je-li $p = q = 0$, potom je $\{X_t\}$ proces gaussovského bílého šumu. Model GARCH(p,q) lze vyjádřit jako ARCH(∞), což znamená, že model ARCH s mnoha zpožděními lze aproximovat modelem GARCH s méně zpožděními resp. s menším počtem parametrů. Model GARCH(p,q) je slabě stacionární, jestliže $\alpha_p(B) + \beta_q(B) < 1$. Nepodmíněný rozptyl procesu je $\Delta(X_t) = E(X_t^2) = \alpha_0 / (1 - \alpha_p(1) - \beta_q(1))$.

IGARCH(p, q)

Model (1.11) je možné vyjádřit ve formě

$$[1 - \alpha_p(B) - \beta_q(B)] X_t^2 = \alpha_0 + [1 - \beta_q(B)] v_t, \quad (1.13)$$

kde $v_t = X_t^2 - h_t$, $E_{t-1}(v_t) = 0$ a autokorelační funkce procesu $\{v_t\}$ je nulová. Proces (1.13) lze interpretovat jako proces ARMA(m,q) pro X_t^2 , kde $m = \max\{p, q\}$. $\{v_t\}$ je proces "inovací" pro podmíněný rozptyl.

Obsahuje-li polynomiální rovnice $1 - \alpha_p(B) - \beta_q(B) = 0$ jednotkový kořen, tj. $1 - \alpha_p(B) - \beta_q(B) = (1 - B)\phi_{m-1}(B)$, kde $\phi_{m-1}(B) = 0$ má všechny kořeny vně jednotkového kruhu, potom proces je integrovaný v rozptylu a označuje se jako IGARCH („Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) [Engle, Bollerslev (1986)]. Lze jej tedy vyjádřit ve tvaru

$$\phi_{m-1}(B)(1 - B)X_t^2 = \alpha_0 + [1 - \beta_q(B)]v_t. \quad (1.14)$$

FIGARCH(p, d, q)

Tento model („Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) [Baillie, Bollerslev, Mikkelsen (1996)] je definován jako

$$\phi_{m-1}(B)(1 - B)^d X_t^2 = \alpha_0 + [1 - \beta_q(B)]v_t, \quad (1.14)$$

kde $0 < d < 1$ a $(1 - B)^d = 1 - d \sum_{k=1}^{\infty} \Gamma(k-d) \Gamma(1-d)^{-1} \Gamma(k+1)^{-1} B^k = 1 - \delta_d(B)$, kde $\Gamma(\cdot)$ je gama funkce.

Druhý moment nepodmíněného rozdělení X_t procesů IGARCH a FIGARCH je nekonečno a tyto procesy nejsou tedy slabě stacionární, jsou však striktně stacionární.

EGARCH(p, q)

Vznik modelu EGARCH („Exponentially Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) [Nelson (1991)] byl motivován snahou zachytit tzv. „pákový efekt“ („leverage effect“), který byl vyzorován především u časových řad kapitálového trhu [Black (1976)]. Tento jev znamená, že budoucí podmíněný rozptyl se proporcionálně zvyšuje více jako důsledek záporného šoku, než jako důsledek kladného šoku v časové řadě.

Model je definován jako

$$\begin{aligned} \ln(h_t) &= \omega + (1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i)^{-1} (1 + \sum_{i=1}^q \psi_i B^i) g(z_{t-1}) \\ &= \omega + [1 - \phi_p(B)]^{-1} [1 + \psi_q(B)] g(z_{t-1}), \end{aligned} \quad (1.15)$$

kde $g(z_{t-1}) = \theta z_t + \gamma [|z_t| - E(|z_t|)]$.

IEGARCH(p, q)

Tento model („Integrated Exponentially Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) [Nelson (1991)] lze vyjádřit jako

$$\ln(h_t) = \omega + \phi_{p-1}(B)^{-1} (1 - B)^{-1} [1 + \psi_q(B)] g(z_{t-1}), \quad (1.16)$$

kde $g(z_{t-1}) = \theta z_t + \gamma [|z_t| - E(|z_t|)]$ a všechny kořeny polynomiální rovnice $\phi_{p-1}(B) = 0$ leží vně jednotkového kruhu.

FIEGARCH(p, d, q)

Vztah modelů FIEGARCH („Fractionally Integrated Exponentially Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity“) [Nelson (1991)] a IEGARCH je obdobný jako vztah modelů FIGARCH a IGARCH. Model FIEGARCH lze zapsat jako

$$\ln(h_t) = \omega + \phi_{p-1}(B)^{-1} (1 - B)^{-d} [1 + \psi_q(B)] g(z_{t-1}), \quad (1.17)$$

kde $g(z_{t-1}) = \theta z_t + \gamma [|z_t| - E(|z_t|)]$, $0 < d < 1$, a všechny kořeny polynomiální rovnice $\phi_{p-1}(B) = 0$ leží vně jednotkového kruhu. Proces FIEGARCH je slabě stacionární pro $-0,5 < d < 0,5$.

SV

Model SV („Stochastic Volatility“) [Breidt, Crato, de Lima (1998)] vychází z představy, že

$$h_t = \sigma \exp(u_t/2), \quad (1.18)$$

kde proces $\{u_t\} \sim$ AR, MA, ARMA, ARIMA, ARFIMA. Obdobně jako v případě výše uvedených modelů také tento model generuje data s rozdělením špičatějším než je normální rozdělení.

Stabilní rozdělení

Stabilní rozdělení tvoří velkou skupinu rozdělení, do které patří rovněž rozdělení normální, Cauchyho a Lévyho. Tuto třídu rozdělení poprvé charakterizoval Lévy (1924). Obecné stabilní rozdělení je charakterizováno čtyřmi parametry: parametr α vyjadřuje špičatost, β šikmost, γ škálu a δ polohu. Problém těchto rozdělení spočívá v tom, že kromě rozdělení normálního, Cauchyho a Lévyho neexistuje formule pro zápis jejich hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce. Výpočetní problémy, které z toho plynuly a bránily tak praktické aplikaci těchto rozdělení byly nedávno vyřešeny [Nolan (1999)].

Stabilní rozdělení byla navržena pro modelování řady fyzikálních a ekonomických systémů. V ekonomické oblasti se jedná především o systémy generující statistická data, charakteristická šikmostí, výraznou špičatostí a hodnotami významně se odlišujícími od většiny ostatních hodnot. Jako první na existenci dat tohoto typu upozornili Mandelbrot (1963) a Fama (1965).

Existuje několik parametrizací stabilních rozdělení, vesměs se odlišují specifikací charakteristické funkce. Při praktických aplikacích se velmi často používá parametrizace, kterou lze charakterizovat následujícím způsobem.

Náhodná veličina X má stabilní rozdělení s parametry $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, tj. $X \sim \mathbf{S}(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, jestliže charakteristická funkce má formu

$$E[\exp(iuX)] = \begin{cases} \exp\left(-|u|^\alpha \left[1 + i\beta \tan \frac{\pi\alpha}{2} (\text{sign } u)(|u|^{1-\alpha} - 1)\right]\right), & \alpha \neq 1 \\ \exp\left(-|u|^\alpha \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi} (\text{sign } u) \ln |u|\right]\right), & \alpha = 1 \end{cases}, \quad (1.19)$$

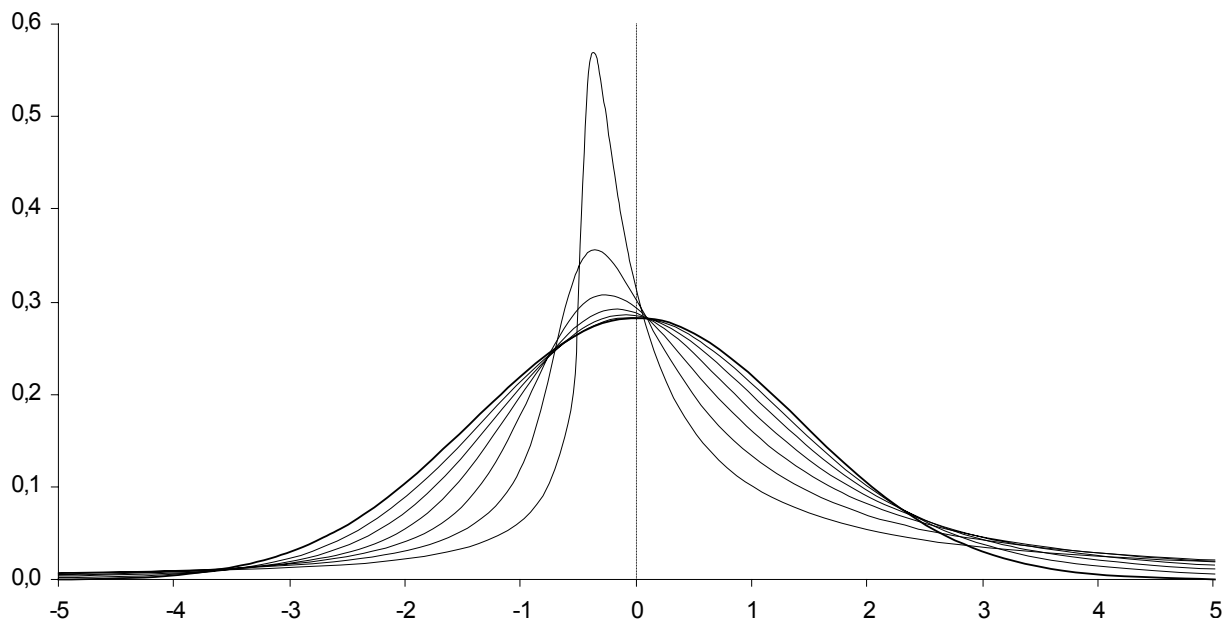
kde

$$\text{sign } u = \begin{cases} -1 & u < 0 \\ 0 & u = 0 \\ 1 & u > 0 \end{cases}.$$

Pro parametry stabilních rozdění platí: $0 < \alpha \leq 2$, $-1 \leq \beta \leq 1$, $\gamma > 0$ a $\delta \in R$. Je-li $\alpha = 2$ a $\beta = 0$, má veličina X rozdělení normální, je-li $\alpha = 1$ a $\beta = 0$, má veličina X rozdělení Cauchyho, jestliže $\alpha = 1/2$ a $\beta = 0$, má veličina X rozdělení Lévyho.

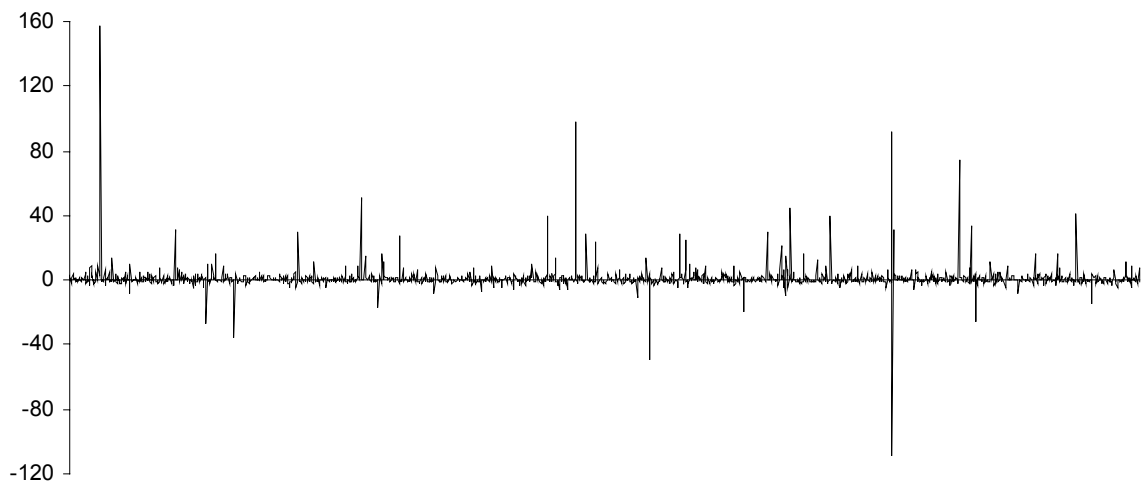
Obr. 5a) Rozdělení normální a rozdělení stabilní s parametry

$\alpha = 0,5; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50; 1,75; 2,00; \beta = 0,5; \gamma = 1,00$ a $\delta = 0,00$



Tento obr. ukazuje možnosti změny tvaru stabilního rozdělení v závislosti na změně hodnoty parametru α , jak se hodnota tohoto parametru blíží hodnotě 2 (normální rozdělení), parametr β charakterizující šikmost rozdělení ztrácí význam a rozdělení se postupně stává symetričtějším.

Obr. 5b) Hodnoty generované stabilním rozdělením s parametry $\alpha = 1,25$; $\beta = 0,5$; $\gamma = 1,00$ a $\alpha = 0,00$ zakreslené ve formě časové řady



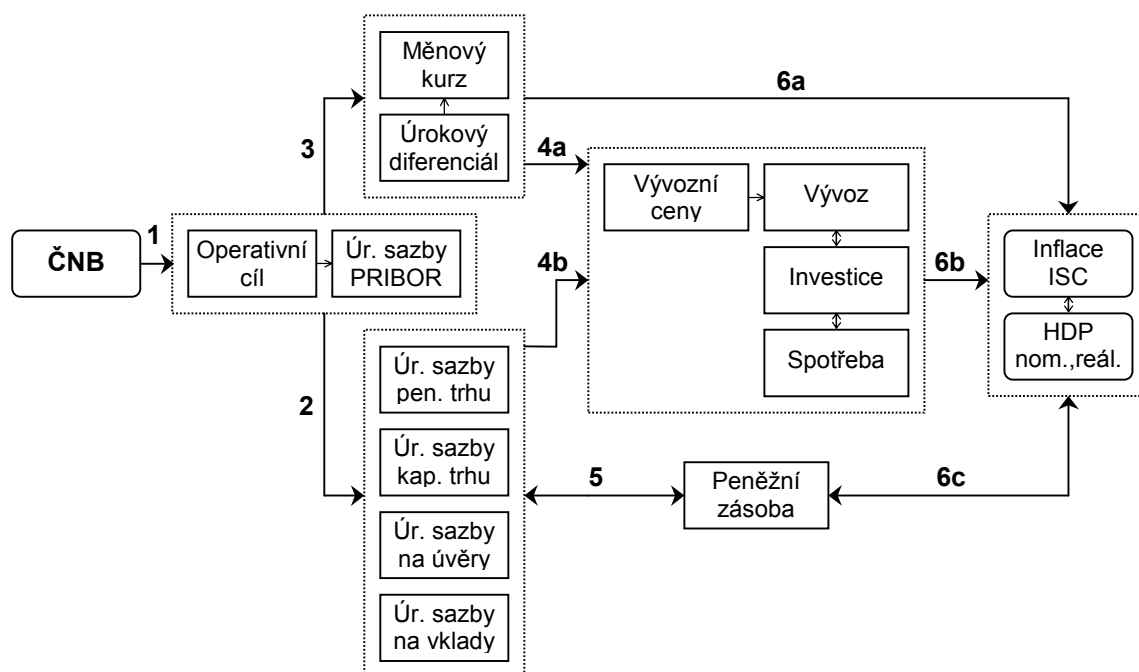
Tato časová řada je obdobou časové řady typu gaussovského bílého šumu, mohli bychom ji označit jako časovou řadu typu stabilního bílého šumu. Je charakteristická přítomností hodnot, které z hlediska klasické statistiky můžeme považovat za extrémní. Ve srovnání s řadou typu gaussovského bílého šumu ji lze považovat za alternativní typ řady nesystematického charakteru.

2 Transmise a volatilita

2.1 Definice měnového transmisního mechanismu ČNB

Transmisní mechanismus ČNB, který byl definován v práci „Definice měnového transmisního mechanismu v ČR a analýza vybraných základních vazeb“, lze vyjádřit schematicky na obr. 6.

Obr. 6 Transmisní mechanismus



Lze jej stručně popsat následujícím způsobem. Úrokové sazby pro repo operace ČNB jsou základním nástrojem měnové politiky, který působí na mezibankovní trh depozit (PRIBOR), kde jsou prostřednictvím operativního cíle ovlivňovány i ostatní úrokové sazby (kanál 1).

Úrokové sazby mezibankovního trhu depozit ovlivňují úrokové sazby v dalších segmentech peněžního trhu, úrokové sazby na kapitálovém trhu, úrokové sazby na depozita a na úvěry (kanál 2). Vývoj těchto úrokových sazeb následně ovlivňuje objem obchodování s odpovídajícími produkty.

Přes úrokový diferenciál působí úrokové sazby peněžního trhu na kurz (kanál 3), přičemž se předpokládá přímá úměrnost mezi výší úrokového diferenciálu, intenzitou přílivu kapitálu ze zahraničí a apreciací koruny.

Kurz měny působí nepřímo úměrně (především přes vývoz) na agregátní poptávku (kanál 4a). Agregátní poptávka je současně nepřímo úměrně ovlivňována úrokovými sazbami (kanál 4b) (především přes domácí poptávku). Úrokové sazby rovněž působí na vývoj peněžní zásoby (kanál 5). Zpomalení růstu peněžní zásoby se přímo úměrně odráží do vývoje HDP a inflace (kanál 6c). Přímou úměrně působí v tomto schématu na inflaci kurz měny (kanál 6a). Současně na inflaci působí přímo úměrně i agregátní poptávka (kanál 6b).

2.2 Ekonometrické vymezení problematiky transmisního mechanismu

Jednotlivé časové řady je třeba chápat jako realizace stochastických procesů. Aby byl možný přenos informací z jednoho procesu na proces druhý, musí být tyto procesy v lineárních či nelineárních vztazích. Charakter těchto vztahů lze specifikovat identifikací modelu stochastických procesů. Je-li určitý kanál transmisního mechanismu průchodný, znamená to, že je identifikován model vyjadřující prostřednictvím parametrů vztahy mezi danými procesy. Teprve v tomto případě je možné uvažovat o transmisi v tom smyslu, že zásah do vývoje jedné časové řady se přenesení do vývoje dalších časových řad.

Co však znamená termín „zásah do vývoje časové řady“? Z ekonomického hlediska a z hlediska tvorby měnové politiky je zásah do vývoje časové řady veden

snahou změnit její průběh resp. její trend. Ze statistického a ekonometrického hlediska znamená zásah do vývoje časové řady změnu ve stochastickém procesu. Tuto skutečnost lze pochopit, podíváme-li se na problém z opačné strany. Položme si otázku jaká změna ve stochastickém procesu může způsobit danou změnu v časové řadě? Záleží na typu stochastického procesu resp. jeho modelu. Budeme-li například uvažovat denní časové řady úrokových sazeb, model jejich procesu může být typu GARCH s členem AR. Potom změna hodnot časové řady může být výrazem změny parametrů tohoto modelu. Buď se změní pouze podmíněná střední hodnota, podmíněný rozptyl nebo oba parametry. Všechny tři případy mohou v důsledku vést ke změně hodnoty časové řady resp. následného průběhu časové řady.

Při provádění zásahů do průběhu časové řady se však z ekonomického hlediska předpokládá pouze změna *podmíněné střední hodnoty*. Ostatní možnosti se neuvažují. Předpokládá se, že ekonomické prostředí je charakteristické konstantní mírou stability, tzn. že podmíněný rozptyl procesů se nemění resp. že volatilita časových řad je konstantní.

Je-li uvažovaný transmisní kanál průchodný a lze-li očekávat přenos změny hodnot časové řady na jinou časovou řadu, znamená to, že z hlediska stochastických procesů lze očekávat přenos změny podmíněné střední hodnoty, podmíněného rozptylu či obou současně. Význam změny podmíněné střední hodnoty závisí na změně podmíněného rozptylu. Je-li podmíněný rozptyl konstantní, mají změny podmíněné střední hodnoty v několika obdobích ve stejné výši stále stejnou váhu. Je-li podmíněný rozptyl rostoucí, váha se snižuje, při klesajícím podmíněném rozptylu se váha zvyšuje.

2.3 Vazby v transmisním mechanismu ČR, u kterých má praktický význam sledování přenosu volatility

Podíváme-li se na schéma transmisního mechanismu, vidíme, že jsou v něm zahrnuty různé typy časových řad. Jsou to především krátkodobé časové řady, tj. denní, měsíční a čtvrtletní. Volatilita se projevuje v převážné většině u denních časových řad. U měsíčních a čtvrtletních časových řad lze sice rovněž předpokládat její přítomnost, z empirického hlediska jsou tyto časové řady však stále příliš krátké,

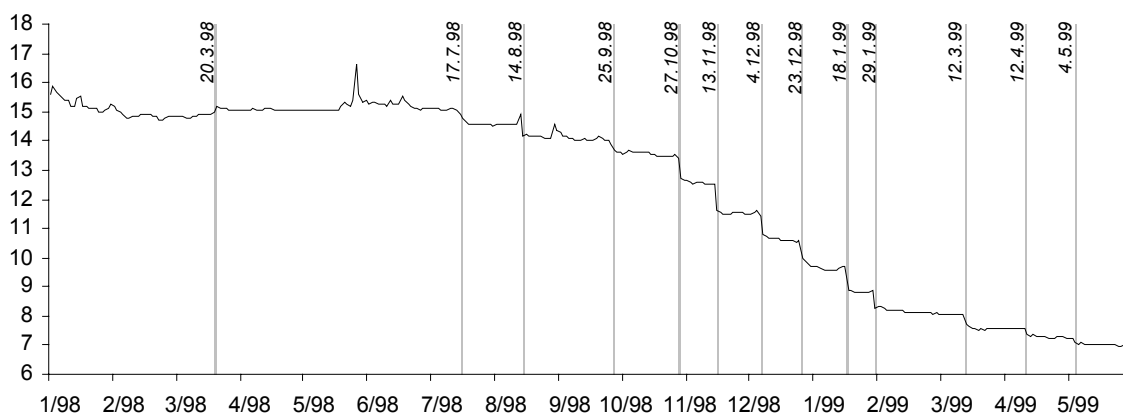
aby bylo možné spolehlivě identifikovat model zahrnující také tuto vlastnost. Při naší další analýze proto zůstaneme pouze u denních časových řad, konkrétně nás budou zajímat úrokové sazby

3 Cílené zásahy do vývoje časových řad a volatilita

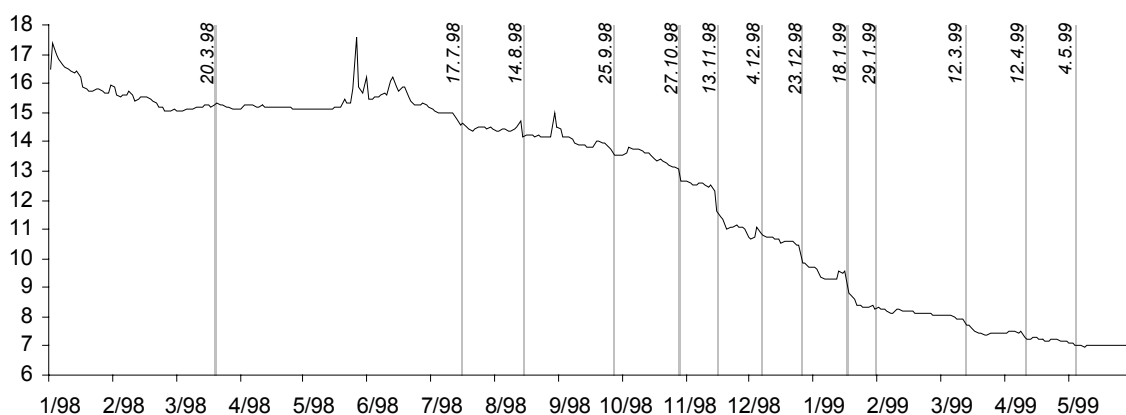
3.1 Analyzované časové řady a jejich modely

V této části se budeme zabývat problematikou modelování úrokových sazeb PRIBOR, budeme analyzovat denní časové řady PRIBOR 1T, PRIBOR 1M, PRIBOR 3M a PRIBOR 1R v období od 2. 1. 1998 do 31. 5. 1999. Průběh těchto časových řad je zachycen na obr. 7a), b), c), d).

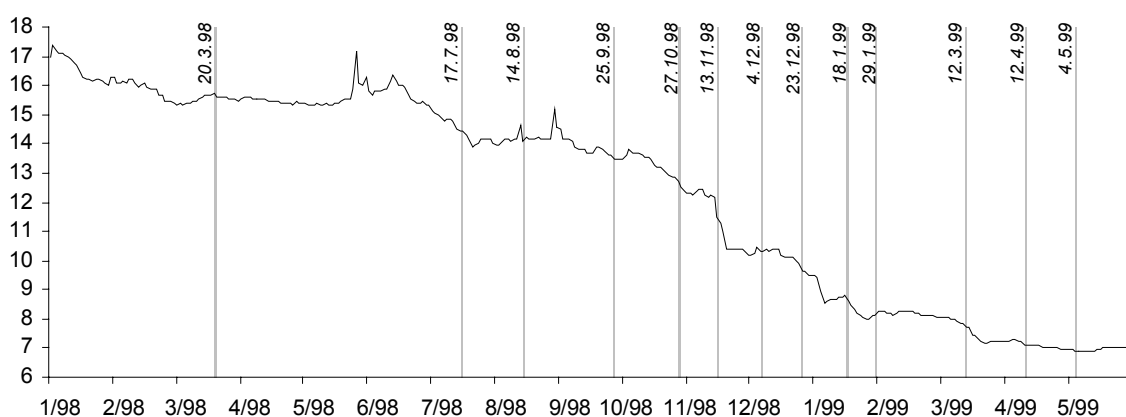
Obr. 7a) PRIBOR 1T



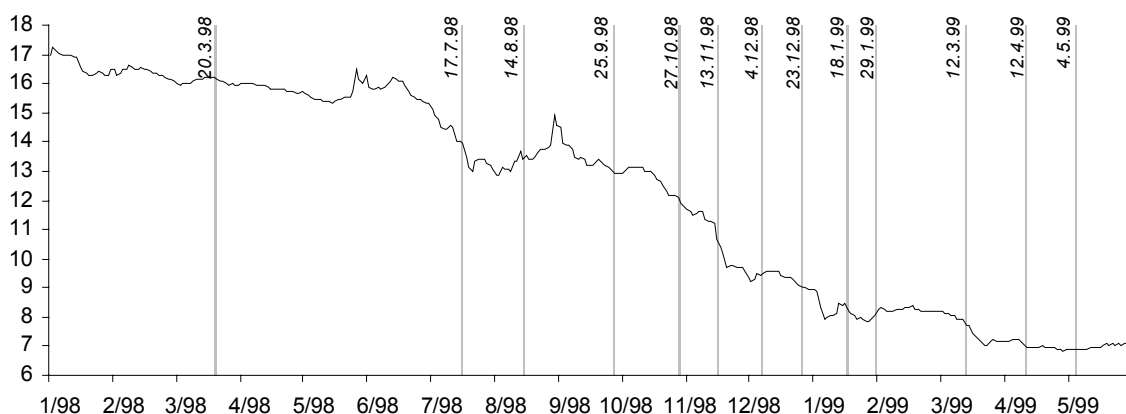
Obr. 7b) PRIBOR 1M



Obr. 7c) PRIBOR 3M



Obr. 7d) PRIBOR 1R



Z grafů analyzovaných časových řad je na první pohled zřejmé, že nejsou stacionární. Tuto skutečnost potvrzuje výsledek Dickeyova-Fullerova testu. Dále zejména u řady PRIBOR 1T jsou zřetelně vidět umělé zásahy do jejího průběhu (snižování úrokových sazeb). Dny, ve kterých se uskutečnily, jsou uvedeny v tab. 1.

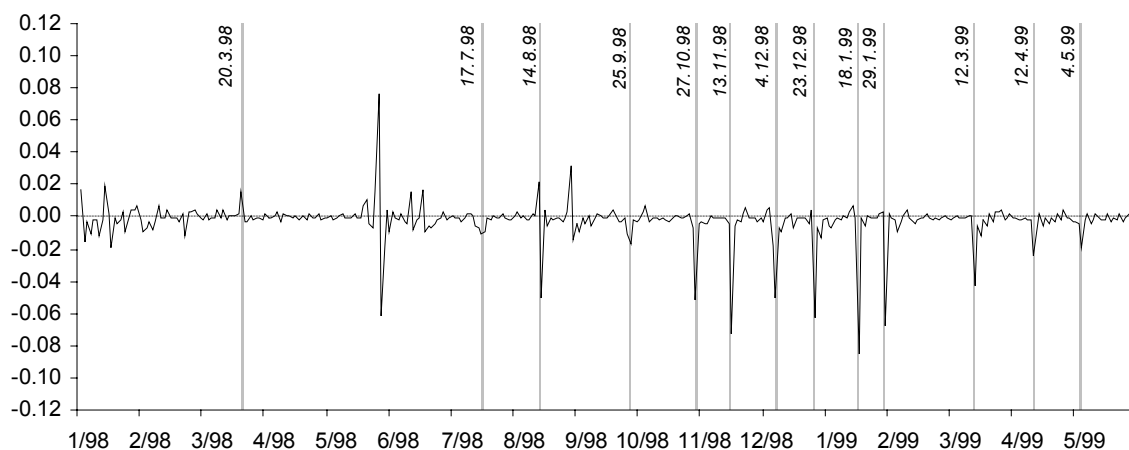
Náhlé výkyvy v průběhu časových řad budou zřetelněji patrné po jejich stacionarizaci diferencováním. Stacionarizované časové řady jsou zachycené na obr. 8a), b), c), d).

Tabulka 1 Změny 2T limitní repo sazby:

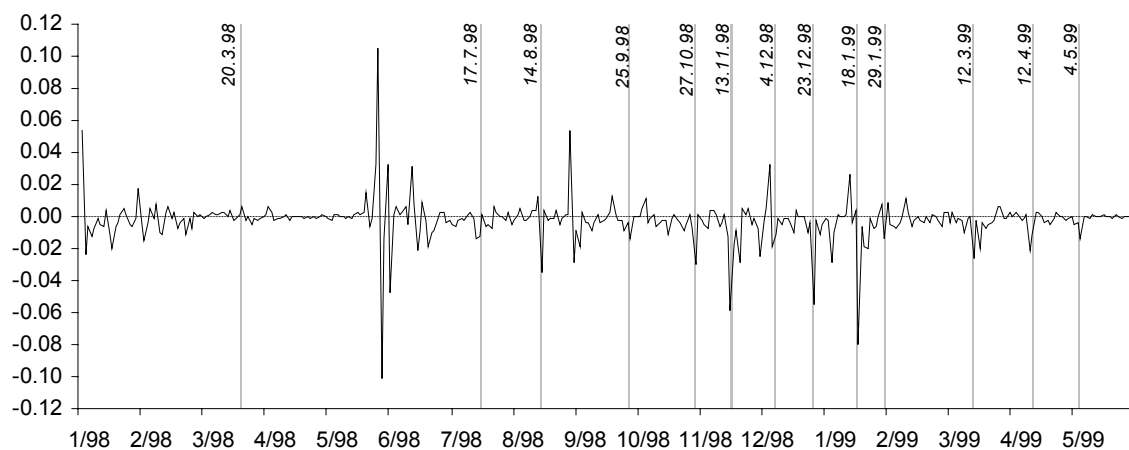
1998		1999	
20.3.	15,00	18.1.	8,75
17.7.	14,50	29.1.	8,00
14.8.	14,00	12.3.	7,50
25.9.	13,50	12.4. ^{*)}	7,20
27.10.	12,50	4.5.	6,90
13.11.	11,50		
4.12.	10,50		
23.12.	9,50		

^{*)} Repo-sazba byla snížena 9.4. s okamžitou účinností, na trhu se však snížení projevilo až 12.4.

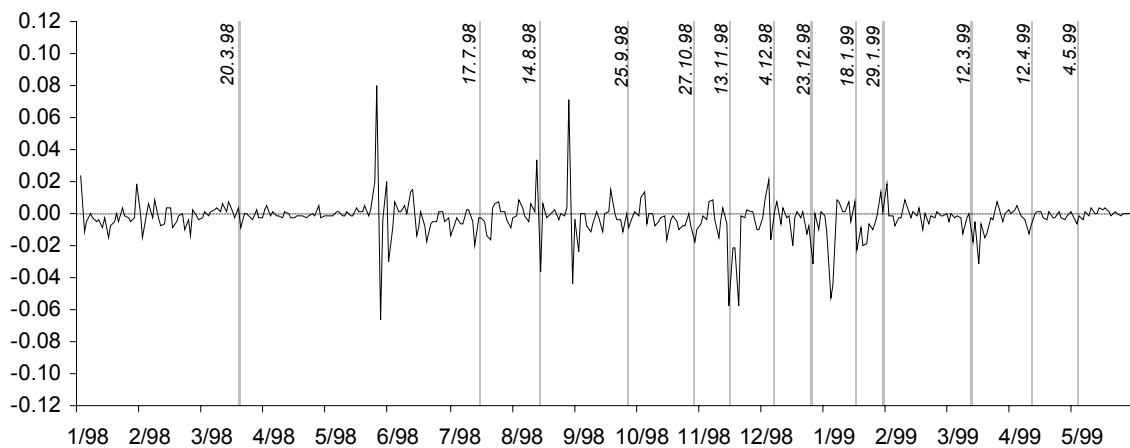
Obr. 8a) PRIBOR 1T - první diference



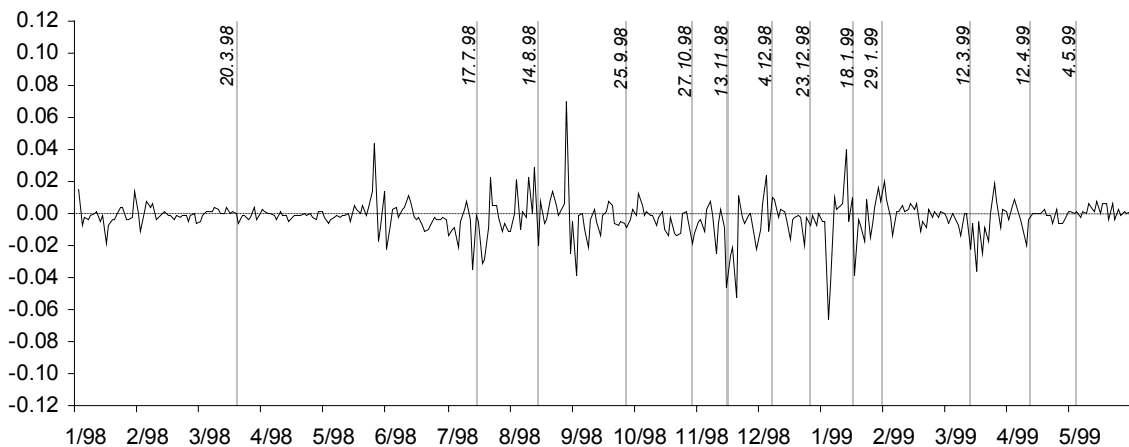
Obr. 8b) PRIBOR 1M - první diference



Obr. 8c) PRIBOR 3M - první diference



Obr. 8d) PRIBOR 1R - první diference



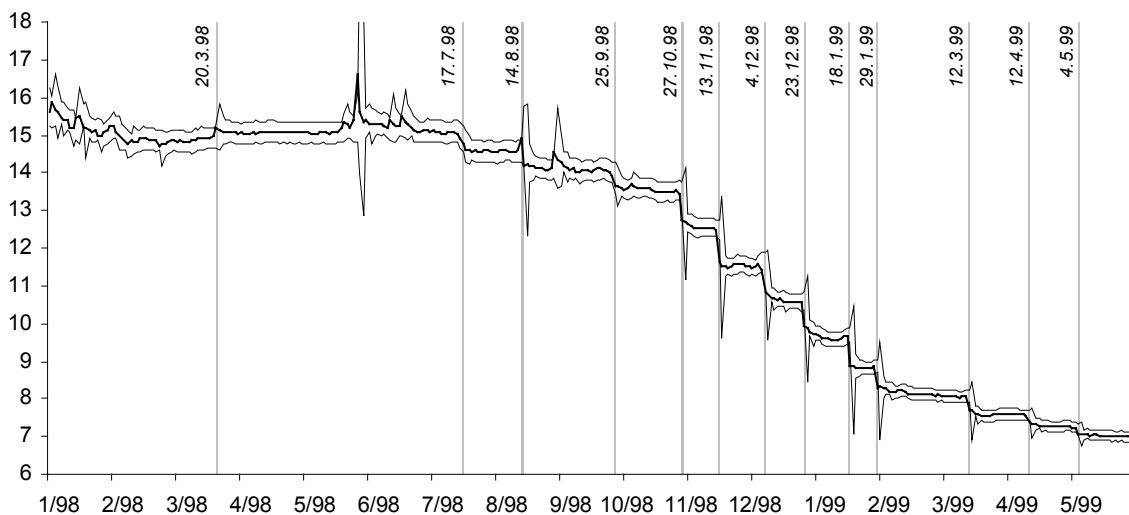
Na těchto grafech je patrný měnící se průběh volatility časových řad. Bude tedy nutné přijmout předpoklad nejen o měnícím se podmíněné střední hodnotě modelu, ale také o měnícím se podmíněném rozptylu. Závislosti ve střední hodnotě analyzujeme pomocí autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce diferencovaných časových řad, závislosti v rozptylu posoudíme pomocí autokorelační funkce a parciální autokorelační funkce kvadrátů diferencovaných časových řad. Tyto identifikační prostředky nás vedou k závěru, že vhodným modelem uvažovaných časových řad je GARCH(1,1) se členem AR(1), který lze zapsat ve formě

$$Y_t = c + \phi Y_{t-1} + X_t, X_t = e_t h_t^{1/2}, h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}.$$

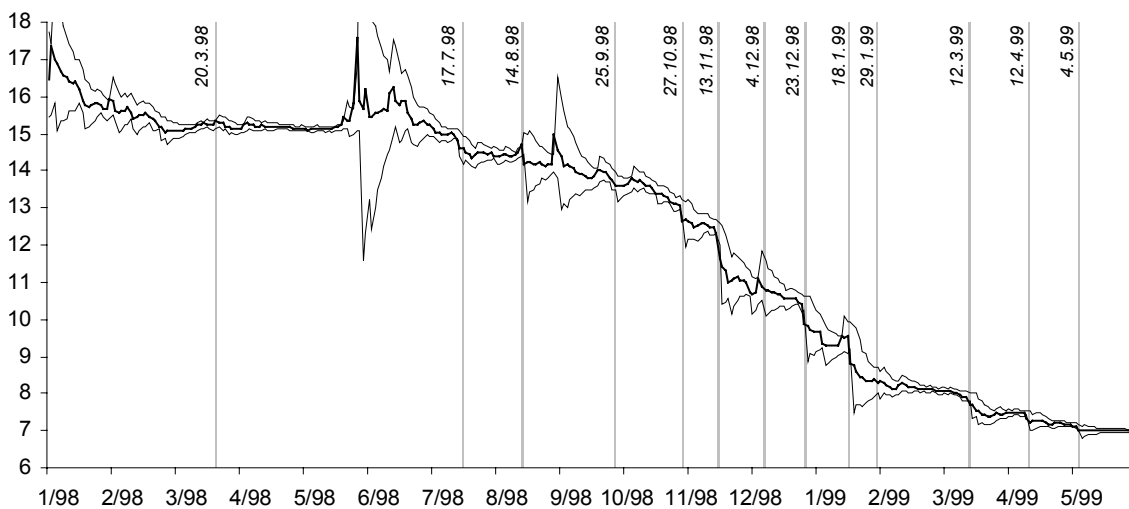
Tento model umožňuje odhadnout podmíněné rozptyly časové řady, které lze použít pro konstrukci intervalů spolehlivosti (obvykle 95%) pro podmíněné střední

hodnoty procesů. Intervaly spolehlivosti ukazují vývoj volatility časových řad. Na obr. 9a), b), c), d) je zachycena volatilita analyzovaných časových řad.

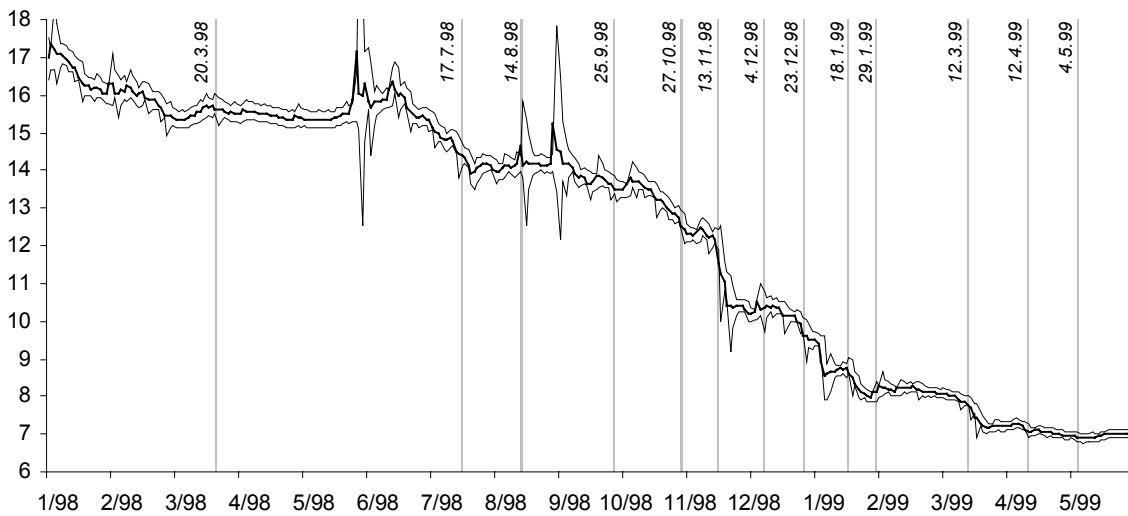
Obr. 9a) PRIBOR 1T - intervaly spolehlivosti



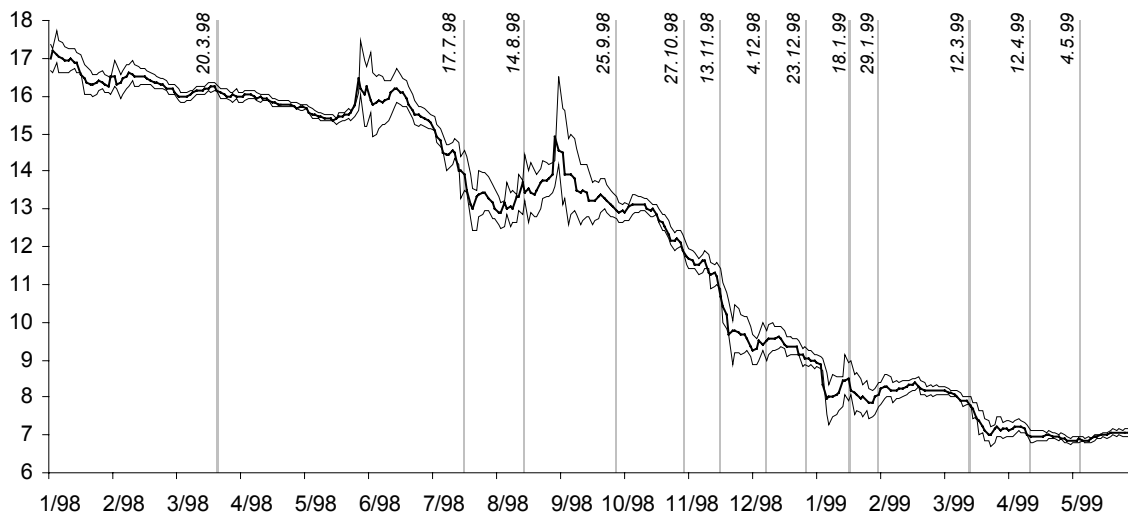
Obr. 9b): PRIBOR 1M - intervaly spolehlivosti



Obr. 9c) PRIBOR 3M - intervaly spolehlivosti



Obr. 9d) PRIBOR 1R - intervaly spolehlivosti



Podívejme se nyní, jakou informaci nám intervaly spolehlivosti zakreslené současně s časovými řadami dávají. Z hlediska stochastické analýzy časových řad je základním pojmem stochastický proces, jenž lze charakterizovat jako řadu náhodných veličin, které jsou uspořádané v čase. Každá z těchto náhodných veličin má určitou střední hodnotu, určitý rozptyl a stochastický proces se vyznačuje jistou autokorelační strukturou. Realizací stochastického procesu je konkrétní časová řada [Arlt (1999)]. Časová řada slouží jako informace pro získání odhadu podmíněné střední hodnoty dané modelem stochastického procesu. Přesnost tohoto odhadu však závisí na variabilitě resp. volatilitě procesu; čím je volatilita nižší, tím je odhad

přesnější, čím je volatilita vyšší, tím je odhad méně přesný. Protože je k dispozici pouze omezená informace ve formě časové řady, také volatilita se musí modelovat a odhadovat. Interval spolehlivosti zakreslené současně s danou časovou řadou jsou tedy odhadem koridoru, ve kterém se s pravděpodobností 95 % pohybují podmíněné střední hodnoty. Vývoj podmíněných středních hodnot interpretujeme jako systematickou část vývoje stochastického procesu. Vzhledem k omezené informaci dané časovou řadou však nejsme prakticky schopni určit tuto systematickou část jinak než jako koridor. Jakýkoliv vývoj uvnitř tohoto koridoru musíme považovat za stejně pravděpodobný a všechny potenciální časové řady uvnitř koridoru jsou stejně informativní z hlediska vývoje podmíněných středních hodnot. Kvalitativně jinou informaci mohou podávat pouze hodnoty časových řad vyšší než horní hranice a nižší než hranice dolní.

Vraťme se nyní ještě k obr. 9a), b), c), d), po podrobnějším vizuálním prozkoumání časových řad a koridorů můžeme vidět, že každý umělý zásah do vývoje časové řady znamenal dočasné zvýšení volatility tj. dočasné rozšíření koridoru. Jedná se o přirozený jev, neboť zásah do vývoje časové řady znamená zásah do vývoje ekonomiky. Důsledkem je zvýšení míry nejistoty na trhu. Ke stabilizaci dochází postupně v závislosti na stupni adaptability ekonomických subjektů.

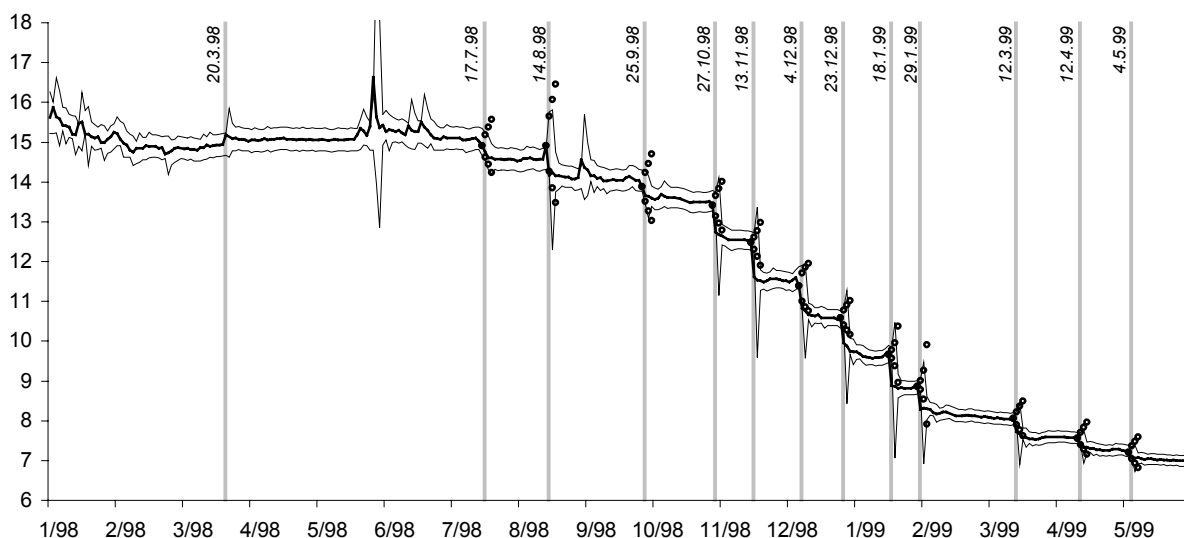
3.2 Umělé zásahy do průběhu časových řad

V části 2.2 bylo konstatováno, že z ekonomického hlediska je zásah do vývoje časové řady veden snahou změnit její průběh. Z hlediska analýzy časových řad znamená zásah do časové řady změnu podmíněné střední hodnoty, podmíněného rozptylu nebo obou parametrů. V souvislosti s výše uvedeným vzniká nyní otázka, kdy je zásah do průběhu časové řady efektivní.

Uvažujme běžnou situaci, ve které jde o změnu podmíněné střední hodnoty procesu, tj. o změnu směru vývoje procesu. Je logické, že efektivní zásah do průběhu časové řady je ten, který znamená změnu podmíněné střední hodnoty. Zásah do průběhu časové řady se provádí „ex ante“. Je třeba mít tedy „ex ante“ k dispozici informaci o razanci zásahu, která může s relativně vysokou

pravděpodobností znamenat změnu podmíněné střední hodnoty. Tuto informaci lze získat pomocí vhodného modelu volatility, neboť tento model umožňuje konstruovat „ex ante“ předpovědi volatility. Při volbě krátkého předpovědního horizontu lze získat relativně přesné odhady očekávaného koridoru pro podmíněný průměr². Zásah do časové řady je efektivní tehdy, jestliže je změna hodnoty časové řady tak významná, že překoná horní nebo dolní hranici odhadu koridoru (statisticky významná změna). Pokud se změna hodnoty odehraje uvnitř, se střední hodnotou procesu se nestane nic, může se však dočasně zvýšit volatilita, což je jev negativní. V tomto případě lze tedy zásah považovat za neefektivní. Na obr. 10a) máme zachycenou časovou řadu PRIBOR 1T s předpovědními intervaly.

Obr. 10a) PRIBOR 1T - předpovědní intervaly



Tabulka v Příloze obsahuje změny repo sazby a odpovídající změny sazeb PRIBOR současně s hodnotami předpovědních intervalů pro horizonty 1, 2, 3. V této tabulce můžeme vidět, že u sazby PRIBOR 1T kromě zásahů ve dnech 17. 7. 1998, 25. 9. 1998 a 4. 5. 1999 byly všechny zásahy efektivní, neboť skutečné hodnoty ve dnech zásahu leží vně předpovědních intervalů (vně odhadu koridoru). V této souvislosti je třeba uvést ještě jednu poznámku. Předpovědní intervaly podávají

² Interval spolehlivosti pro podmíněnou střední hodnotu je roven předpovědnímu intervalu pro horizont jedna, který je konstruován jako statická resp. dynamická předpověď. Pro vyšší horizonty jsou předpovědní intervaly konstruovány jako dynamické předpovědi [Arlt (1999)].

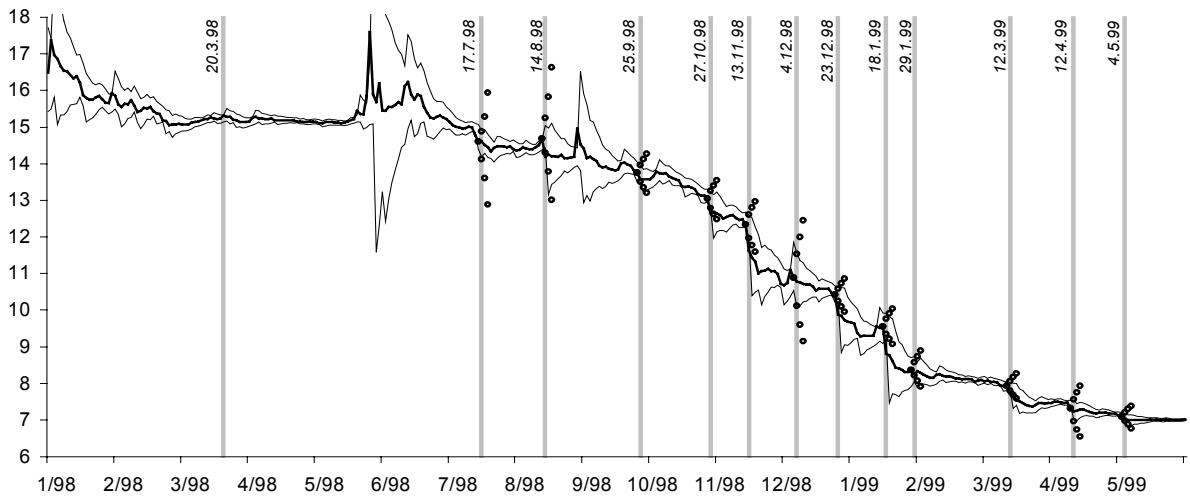
informaci o tom, jaká výše změny s vysokou pravděpodobností vede ke změně podmíněné střední hodnoty. Pokud je však změna identifikována jako statisticky významná, nelze říci, že její další zvýšení by vedlo k ještě výraznější změně podmíněné střední hodnoty. Na druhé straně je však možné konstatovat, že při nízké volatilitě stačí relativně malý zásah do časové řady, aby se změnila podmíněná střední hodnota. Při vysoké volatilitě je třeba do časové řady zasáhnout výrazněji, v tomto případě přirozeně roste nebezpečí dodatečného zvýšení volatility.

3.3 Problém přenosu zásahů do průběhu časové řady

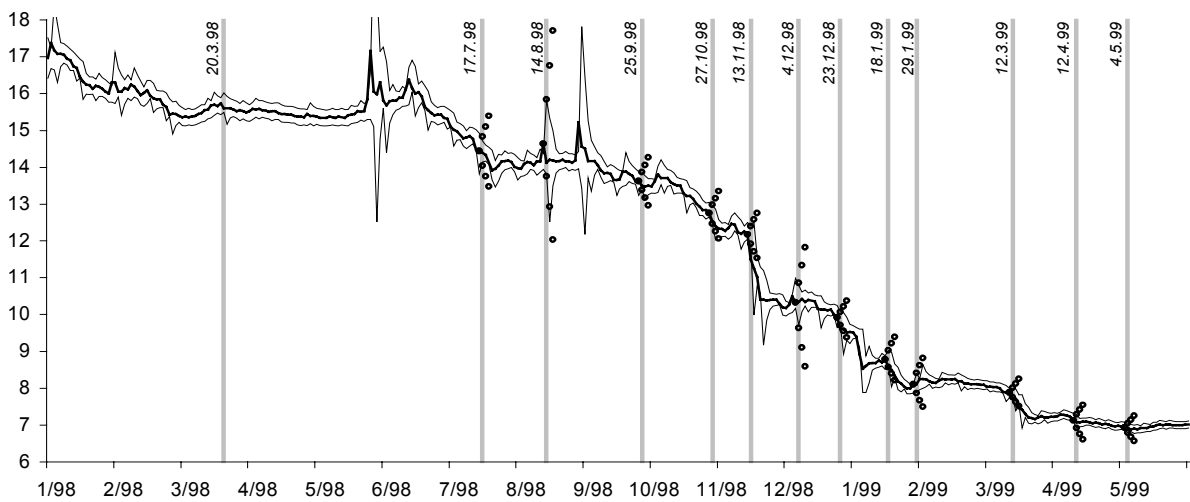
Transmisní mechanismus v oblasti úrokových sazeb PRIBOR vychází z předpokladu, že změna úrokové sazby PRIBOR 1T v důsledku změny sazby na repo operace ČNB vede ke změně úrokových sazeb po celé výnosové křivce. Na tomto předpokladu je založena úroková politika většiny centrálních bank.

Ze statistického a ekonometrického hlediska jde o to, že změna v podmíněné střední hodnotě sazeb na krátkém konci by v konečném důsledku měla vést ke změně v podmíněné střední hodnotě sazeb na konci dlouhém. Z výše uvedeného vyplývá, že ne všechny zásahy do průběhu časové řady vedou ke změně podmíněné střední hodnoty resp. ne všechny zásahy jsou efektivní. Vzniká otázka, jak výrazné změny v úrokové sazbě PRIBOR 1T mají šanci na přenos resp. způsobí statisticky významné změny v sazbách ostatních. Na obr. 10a), b), c), d) jsou zachyceny časové řady PRIBOR 1T, PRIBOR 1M, PRIBOR 3M a PRIBOR 1R s předpovědními intervaly.

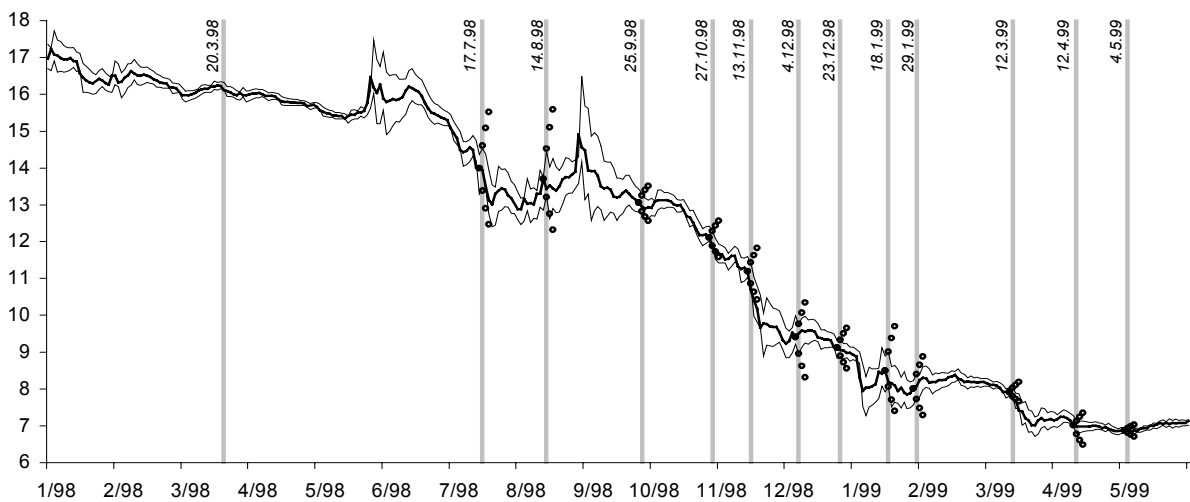
Obr. 10b) PRIBOR 1M - předpovědní intervaly



Obr. 10c) PRIBOR 3M - předpovědní intervaly



Obr. 10d) PRIBOR 1R - předpovědní intervaly



Z tabulky v Příloze, která obsahuje skutečnosti a předpovědní intervaly, lze vyčíst, že šanci na přenos mají pouze efektivní zásahy v řadě PRIBOR 1T. Je přirozené, že se tyto zásahy u sazeb na dlouhém konci projevují méně výrazně, což je vidět zejména u časové řady PRIBOR 1R. Tato skutečnost je dána tím, že sazby na dlouhém konci jsou často ovlivněny očekáváním změny repo sazby, což se může projevovat také zvýšenou volatilitou v daném období. Prosazují se rovněž události jako například 1. a 2. krize na ruském finančním trhu či krize na brazilském finančním trhu (tyto události vedly ke zvýšení volatility na přelomu května a června 1998, srpna a září 1998 a v první polovině ledna roku 1999).

V této souvislosti je vhodné poznamenat, že závislosti časových řad ve volatilitě lze zkoumat rovněž na základě vícerozměrných modelů třídy ARCH a GARCH. Tato problematika je však ještě předmětem dalšího výzkumu.

3.4 Volatilita časových řad a měnová politika

V rámci transmisního mechanismu se měnová politika uskutečňuje prostřednictvím řízených zásahů do průběhu časových řad. Z výše uvedeného vyplývá, že sledování a modelování volatility časových řad má smysl proto, že se tato volatilita v průběhu sledovaného období mění. Volatilitu časových řad lze chápat jako indikátor stability ekonomického prostředí. Je přirozené, že pro účinné provádění měnové politiky je třeba, aby byla dosažena jistá míra stability resp. volatility, tj. aby byly pro tyto zásahy vhodné podmínky. U denních časových řad se volatilita mění prakticky ze dne na den a efektivitu zásahu lze dosáhnout nejen určením jeho síly, ale také jeho načasováním. Přitom je však třeba mít na mysli, že každý umělý zásah sám o sobě vede ke zvýšení nejistoty v ekonomickém prostředí, tj. ke zvýšení volatility (zpravidla dočasněmu).

Vývoj volatility časových řad způsobuje mnoho faktorů. Existuje několik jejich klasifikací. Ze statistického hlediska lze tyto faktory rozdělit do dvou skupin, na faktory působící systematicky a faktory působící nesystematicky. Stejně jako vývoj úrovně časových řad, také vývoj volatility může mít trend, sezónnost, cyklus či jiný druh systematičnosti. Právě tyto pohyby jsou způsobeny systematickými faktory. Jsou to faktory, jež lze identifikovat, popsat, vysvětlit a předvídat. Je možné rozdělit je na dvě podskupiny, na faktory korigovatelné a nekorigovatelné. Faktory působící

nesystematicky vysvětlit ani předvídat nelze. Je zřejmé, že nelze ani nijak korigovat jejich působení.

Při řízení hospodářských procesů například prostřednictvím transmisního mechanismu je důležité provádění zásahů do jejich vývoje, stejně důležitá je však i vědomá snaha o tvorbu podmínek pro dosažení dlouhodobě stabilního prostředí. Studium volatility má v této souvislosti význam proto, že umožňuje identifikovat korigovatelné faktory a tak alespoň částečně kontrolovat její vývoj.

Závěr

Předložená práce je první studií zabývající se otázkou využití informace o vývoji volatilitu pro provádění konkrétní měnové politiky v rámci transmisního mechanismu ČR (domníváme se, že ani v zahraničí nebyla tomuto tématu ještě věnována dostatečná pozornost). Až dosud práce týkající se modelování volatilitu byly zaměřeny především na mikroekonomickou oblast (např. měření tržního rizika investorů). Podle našeho názoru má zkoumání a modelování volatilitu z makroekonomického hlediska velký význam, neboť umožňuje rozlišovat období relativní stability od období méně stabilních. Tak lze získat cenné dodatečné informace, které je možné využít pro řízení a korigování vývoje ekonomických procesů.

Domníváme se, že je nutné pokračovat v této oblasti dalším výzkumem. Základní problém, který vidíme, je otázka volby vhodného modelu volatilitu (např. v případě přítomnosti extrémních hodnot časové řady). V současné době je k dispozici sice velké množství typů modelů, probíhá však ještě další výzkum. Probíhá rovněž výzkum možností aplikace vícerozměrných modelů volatilitu. Další problém je, že volatilita se projevuje především u denních časových řad. Měsíční a čtvrtletní časové řady jsou stále příliš krátké, aby byla jejich volatilita statisticky dobře identifikovatelná. Tento problém se však vyřeší časem automaticky.

Literatura

1. ARLT, J. (1999): Moderní metody modelování ekonomických časových řad, Praha, Grada.
2. ARLT, J. - GUBA, M. - MATALÍK, I. - STILLER, V. - SYROVÁTKA, J. (1998): Definice měnového transmisního mechanismu v ČR a analýza základních vybraných vazeb, Praha, ČNB, pracovní materiál.
3. BAILLIE, T. R. - BOLLERSLEV, T. - MIKKELSEN, H. O. (1996): Fractionally Integrated Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, Journal of Econometrics, 74, 3-30.
4. BLACK, F. (1976): Studies of Stock Price Volatility Changes, Proceedings from the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section, 177-181.
5. BOLLERSLEV, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, Journal of Econometrics, 31, 307-327.
6. BREIDT, F. J. - CRATO, N. - de LIMA, P. (1998): The Detection and Estimation of Long Memory in Stochastic Volatility, Journal of Econometrics, 83, 325-348.
7. ENGLE, R. F. (1982): Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, Econometrica, 50, 987-1008.
8. ENGLE R. ed. (1995): ARCH Selected Readings, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press.

9. ENGLE, R. F. - BOLLERSLEV, T. (1986): Modelling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
10. FAMA, E. F. (1965): The Behaviour of Stock Market Prices, *Journal of Business*, 38.
11. MANDELBROT, B. (1963): The Stable Paretian Income Distribution when the Apparent Exponent is Near Two, *International Economic Review*, 4.
12. NELSON, D. B. (1991): Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A new Approach, *Econometrica*, 59, 347-370.
13. NOLAN, J. P. (1999): Stable Distribution, working paper.

Příloha

Datum	2T REPO	1T	1T _d	1T _h	1M	1M _d	1M _h	3M	3M _d	3M _h	1R	1R _d	1R _h
16.7.98	15.00	14.91			14.60			14.44			14.00		
17.7.98	14.50	14.75	14.63	15.19	14.61	14.12	14.87	14.40	14.04	14.83	13.93	13.39	14.61
20.7.98	14.50	14.61	14.44	15.37	14.51	13.61	15.29	14.33	13.76	15.11	13.50	12.90	15.08
21.7.98	14.50	14.60	14.24	15.57	14.44	12.89	15.95	14.13	13.48	15.39	13.12	12.46	15.52
13.8.98	14.50	14.91			14.69			14.64			13.70		
14.8.98	14.00	14.17	14.27	15.64	14.19	14.30	15.25	14.12	13.76	15.84	13.43	13.20	14.52
17.8.98	14.00	14.24	13.86	16.07	14.25	13.79	15.83	14.21	12.94	16.76	13.53	12.76	15.10
18.8.98	14.00	14.16	13.47	16.46	14.21	13.01	16.64	14.18	12.02	17.71	13.44	12.32	15.59
24.9.98	14.00	13.89			13.75			13.62			13.06		
25.9.98	13.50	13.66	13.51	14.23	13.57	13.51	13.96	13.50	13.38	13.86	12.95	12.82	13.26
28.9.98	13.50	13.64	13.27	14.47	13.57	13.35	14.12	13.48	13.17	14.07	12.90	12.68	13.39
29.9.98	13.50	13.59	13.03	14.71	13.57	13.21	14.26	13.49	12.97	14.27	12.93	12.56	13.51
26.10.98	13.50	13.42			13.04			12.75			12.12		
27.10.98	12.50	12.74	13.15	13.66	12.66	12.79	13.25	12.53	12.46	12.97	11.89	11.89	12.29
29.10.98	12.50	12.68	12.97	13.83	12.68	12.63	13.40	12.40	12.25	13.16	11.74	11.72	12.43
30.10.98	12.50	12.64	12.79	14.01	12.65	12.49	13.54	12.33	12.06	13.35	11.68	11.58	12.56
12.11.98	12.50	12.48			12.33			12.18			11.19		
13.11.98	11.50	11.61	12.30	12.62	11.63	11.97	12.61	11.50	11.91	12.40	10.69	10.86	11.43
16.11.98	11.50	11.54	12.12	12.78	11.43	11.77	12.80	11.26	11.71	12.58	10.41	10.63	11.63
17.11.98	11.50	11.52	11.91	12.98	11.33	11.60	12.96	11.02	11.53	12.75	10.19	10.43	11.82
3.12.98	11.50	11.39			10.89			10.32			9.41		
4.12.98	10.50	10.83	11.01	11.71	10.77	10.12	11.53	10.34	9.64	10.86	9.50	8.96	9.77
7.12.98	10.50	10.76	10.85	11.85	10.76	9.60	12.01	10.42	9.10	11.34	9.58	8.62	10.07
8.12.98	10.50	10.66	10.75	11.95	10.71	9.16	12.44	10.35	8.59	11.83	9.56	8.32	10.35
22.12.98	10.50	10.59			10.43			9.92			9.12		
23.12.98	9.50	9.95	10.40	10.78	9.87	10.25	10.59	9.61	9.72	10.07	9.05	8.89	9.33
28.12.98	9.50	9.88	10.28	10.91	9.84	10.11	10.72	9.61	9.55	10.22	9.04	8.72	9.50
29.12.98	9.50	9.75	10.17	11.02	9.73	9.96	10.86	9.51	9.38	10.38	8.97	8.56	9.65
15.1.99	9.50	9.67			9.55			8.78			8.50		
18.1.99	8.75	8.88	9.57	9.77	8.82	9.35	9.76	8.58	8.57	9.03	8.18	8.05	9.01
19.1.99	8.75	8.87	9.38	9.96	8.76	9.21	9.91	8.50	8.40	9.22	8.15	7.71	9.38
20.1.99	8.75	8.82	8.96	10.38	8.60	9.08	10.04	8.33	8.22	9.40	8.09	7.40	9.70
28.1.99	8.75	8.87			8.37			8.10			8.01		
29.1.99	8.00	8.29	8.78	9.00	8.26	8.22	8.57	8.11	7.87	8.41	8.07	7.71	8.40
1.2.99	8.00	8.31	8.54	9.26	8.33	8.07	8.73	8.26	7.67	8.62	8.23	7.48	8.66
2.2.99	8.00	8.30	7.91	9.91	8.29	7.92	8.89	8.25	7.49	8.81	8.30	7.28	8.88
11.3.99	8.00	8.06			7.93			7.88			7.92		
12.3.99	7.50	7.72	7.90	8.23	7.72	7.80	8.06	7.74	7.75	8.01	7.74	7.81	8.03
15.3.99	7.50	7.68	7.76	8.36	7.70	7.70	8.16	7.70	7.63	8.13	7.69	7.73	8.11
16.3.99	7.50	7.59	7.63	8.49	7.55	7.58	8.28	7.46	7.51	8.25	7.42	7.66	8.18
9.4.99	7.50	7.56			7.32			7.13			7.01		
12.4.99	7.20	7.38	7.41	7.71	7.24	6.97	7.56	7.08	6.91	7.28	6.98	6.78	7.13
13.4.99	7.20	7.33	7.28	7.84	7.26	6.74	7.75	7.08	6.75	7.41	6.98	6.62	7.24
14.4.99	7.20	7.34	7.16	7.96	7.28	6.55	7.94	7.09	6.61	7.54	6.98	6.49	7.35
3.5.99	7.20	7.21			7.10			6.93			6.87		
4.5.99	6.90	7.07	7.05	7.36	7.00	6.98	7.20	6.92	6.79	7.04	6.88	6.80	6.94
5.5.99	6.90	7.06	6.93	7.48	7.00	6.88	7.30	6.89	6.67	7.15	6.86	6.75	6.99
6.5.99	6.90	7.07	6.82	7.60	7.00	6.78	7.39	6.90	6.56	7.26	6.87	6.71	7.03

Pozn.: Index *d* resp. *h* vyjadřuje dolní resp. horní hranici predikovaného intervalu.

